UNIVERSITE CONSTANTINE : 3

FACULTE DE MEDECINE-DEPARTEMENT DE CHIRURGIE DENTAIRE

TD N^0 09 LES LOIS DE PROBABILITES

EXERCICE 1:

Un lot contient 3% de pièces défectueuses.

On prélève au hasard un échantillon de 10 pièces. Les pièces étant très nombreuses, on admet que le tirage peut être considéré comme fait au hasard et avec remise. Soit X le variable aléatoire « nombre de pièces défectueuses dans l'échantillon ».

a) Quelle est la loi de X, son espérance, sa variance?

b) Que vaut $P(X=0)$ et $P(1 \leq X)$?

EXERCICE 2:

Sachant que 0.2% des sujets présentent une allergie à une vaccination. La variable aléatoire X « le nombre d'allergies à une vaccination »

1. Quelle est la loi de la variable aléatoire X ?
2. On suppose que le nombre des sujets vaccinés $n=1000$

   a) Quelle est la loi de X ?

   b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Aucune allergie », B : « au moins une allergie », **C** : « plus de 4 allergies ».

EXERCICE 3:

On admet que le nombre de personnes atteintes d'une maladie rare suit une loi de Poisson dont le paramètre vaut $\lambda_1 = 3$ dans la ville V_1, et $\lambda_2 = 5$ dans la ville V_2. Ces villes sont éloignées et l'on admet qu'il n'existe aucun vecteur permettant de transmettre la maladie d'une ville à l'autre.

Calculer la probabilité pour que V_1 compte 2 malades et que V_2 en compte 4.

EXERCICE 4 :

La durée de vie d'une ampoule électrique, mesurée en heures, est une variable aléatoire positive X, dont la fonction de densité de probabilité est $f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$ pour $x > 0$ (avec $\lambda \in \mathbb{R}^+$)

1. Vérifier qu'il s'agit bien d'une densité de probabilité, et calculer se fonction de répartition.
2. Calculer λ sachant que la durée de vie moyenne d'une ampoule est de 2000 heures.
3. Calculer la probabilité pour qu'une lampe dure plus de 2000 heures.

EXERCICE 5 :

Dans une population masculine le taux de cholestérol X suit une loi normale $N(2, 0.5)$ les paramètres sont exprimés en $g \cdot L^{-1}$

1. Calculer la probabilité $P(1.208 < X < 3.023)$
2. Trouver les bornes de l'intervalle symétrique autour de la moyenne telles que la probabilité pour que X appartienne à cet intervalle soit égale à 0.80

EXERCICE 6 :

Une machine fabrique des résistances électriques dont la valeur en ohms est une variable aléatoire $\mathfrak{R}$ de loi normale $\mathrm{N}(100,3)$. Une seconde machine fabrique des résistances dont la valeur en ohms est une variable aléatoire $\mathfrak{R}'$ de loi normale $\mathrm{N}(200,4)$.

1. Quelle est la loi suivie par la résistance obtenue en montant en série deux résistances prélevées au hasard dans les productions respectives de la première et de la seconde machine ?
2. Quelle est la probabilité qu'une telle résistance soit comprise entre 290 et 305 ohms ?

EXERCICE 7 :

Dans une certaine population la probabilité qu'une personne demande à être vaccinée contre la grippe est $p=0.4$. On constitue, dans cette population, un échantillon de n individus et on note X la variable aléatoire comptant le nombre de personnes de l'échantillon demandant à être vaccinées.

1. Quelle est la loi de la variable aléatoire X ?
2. On suppose que $n=10$
   a. Quelle est la loi de X ?
   b. Calculer la probabilité que 3 personnes (exactement) demandent à être vaccinées.
   c. Calculer la probabilité qu'au moins 2 personnes demandent à être vaccinées.
3. On suppose que $n=2000$
   a. Quelle approximation peut-on choisir pour la loi de la variable X ?
   b. Calculer $P(750<X<850)$
   c. Calculer le nombre x_0 tel que $P(X>x_0)=0.8$.