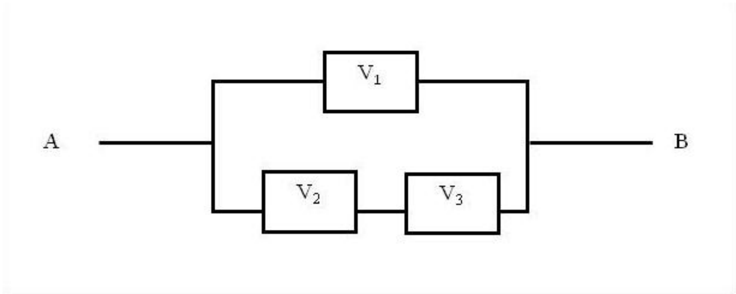
TD №03

LES VARIABLES ALEATOIRES

Exercice 1. on considère un système de distribution d'eau du point A au point B à travers des valves V_1, V_2 et V_3 (Voir schéma).



Les valves fonctionnent indépendamment, et chacune s'ouvre correctement avec une probabilité de 0.8

1. Trouver la loi de probabilité de la variable aléatoire X représentant le nombre de chemins ouverts de A à B après que le signal de commande d'ouverture ait été donné.
2. Trouver $F(x)$ la fonction de répartition de X.
3. Trouver la moyenne et la variance de X.

Exercice 2. La loi de la variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :

x_i	-1	0	1	2	3
P(X=x_i)	0.2	p_2	0.1	p_4	0.4

1. Déterminez les valeurs de p_2 et p_4, sachant que les événements $(X = 0)$ et $(X = 2)$ sont équiprobables
2. Trouver $F(x)$ la fonction de répartition de X.
3. Calculer la probabilité de l'événement suivante $(X \leq 1)$.
4. Calculer la probabilité de l'événement suivante$(X^2 = 1)$.
5. Calculer la probabilité de l'événement suivante $(X^2 - 4X + 3 < 0)$.
6. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

Exercice 3.

La variable aléatoire X a pour densité de probabilité :

$$f(x) = \begin{cases} 0.2 & \text{si } -1 < x \leq 0, \\ 0.2 + ax & \text{si } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \textit{ailleurs}. \end{cases}$$

1. Trouver la valeur de a

2. Trouver la fonction de répartition $F(x)$.

3. Calculer $F(-1)$, $F(0)$ et $F(1)$.

4. Trouver les probabilités $P(0 \leq x \leq 0.5)$ et $P(x > 0.5\ x > 0.1)$.

5. Trouver la moyenne et la variance de X.

Exercice 4. Une variable aléatoire a pour densité de probabilité :

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 1, \\ 2 - x & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ 0 & ailleurs. \end{cases}$$

1. Tracer le graphe de f. Calculer $P(1 \leq x \leq 1.5)$

2. Utiliser la figure géométrique de f pour trouver $P(1 \leq x \leq 1.5)$.

Exercice 5. Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 ou x > 1, \\ ax(1-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

1. Calculer a pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire X absolument continue.

2. Quelle est la fonction de répartition F associée à f ?

3. Calculer $E(X)$.

4. Quelles sont les lois de probabilité des variables aléatoires $Y = inf(X_1, X_2)$et$Z = sup(X_1, X_2)$ où les variables aléatoires X_1, X_2 sont indépendantes et suivent chacune la même loi de probabilité que X ?